

Muster eines Versuchsberichts

Der folgende Versuchsbericht ist ein Muster zur Orientierung. Der Versuchsbericht wird oft auch als Versuchsprotokoll bezeichnet. Dabei ist jedoch – im Gegensatz zum Messprotokoll – ein Ergebnisprotokoll in Form eines Berichts gemeint. Der Muster-Versuchsbericht betrifft einen gedanklich leicht nachvollziehbaren Praktikumsversuch und soll Ihnen zeigen, wie der Versuchsbericht strukturiert, wie ein Ergebnis mit seinen Fehlern ermittelt und dargestellt wird und welches Gewicht die einzelnen Abschnitte in etwa haben sollen. Dabei ist es völlig egal, ob ein Bericht handschriftlich mit grafischen Darstellungen auf Millimeterpapier oder in irgendeiner anderen Form, z. B. der gesamte Bericht oder nur die Grafiken mit dem PC, angefertigt wird. Der Inhalt entscheidet über den Wert eines Versuchsberichts.

Bestimmung der Fallbeschleunigung aus Weg-Zeit-Messungen einer fallenden Kugel

Name des Verfassers, Name des Partners, Datum der Versuchsdurchführung¹ aktuelles Datum

¹ Der Name des Verfassers ist deutlich, z.B. durch Unterstreichen, zu kennzeichnen.

Zielstellung

Aus Weg-Zeit-Messungen an einer fallenden Kugel soll die Fallbeschleunigung bestimmt werden. Dabei werden Messungen bei verschiedenen Fallhöhen und ein Geradenausgleich zur g -Bestimmung durchgeführt. Bei zwei Fallhöhen wird wiederholend gemessen, um die statistischen Unsicherheiten dieses Verfahrens zu ermitteln.²

² Die Zielstellung sollte nicht mehr als 50 bis 70 Wörter enthalten und sollte in der dritten Person und vorzugsweise im Passiv formuliert werden. Sie sollte keine Füllwörter, Wiederholungen und Trivialitäten enthalten.

Theoretischer Hintergrund

Aus dem Weg/Zeit Gesetz $s = (a/2)t^2 + v_0t + s_0$ ergibt sich für eine frei fallende Kugel ($a = g$) mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$ und dem Anfangsweg $s_0 = h_0$, die die Höhendifferenz $h = h_0 - h_u$ durchfällt, folgende Formel für die Fallbeschleunigung³

$$g = \frac{2(h_0 - h_u)}{t^2}, \quad (1)$$

³ Beim theoretischen Hintergrund sollte der zu untersuchende physikalische Zusammenhang formelmäßig dargestellt werden. Dabei sind alle Symbole zu erklären. Auf längere Herleitungen sollte verzichtet und auf die Literatur (mit Quellenangabe) verwiesen werden.

die auch als Messvorschrift für den Versuch gilt. Für zwei möglichst unterschiedliche Fallhöhen werden die Fallzeiten wiederholend gemessen und die entsprechenden statistischen Fehler ermittelt. Daraus wird jeweils die Fallbeschleunigung g ermittelt. Für weitere, mindestens drei Fallhöhen werden die Fallzeiten in Einzelmessungen gemessen. Die Fallbeschleunigung g soll unter Berücksichtigung aller gemessenen Fallzeiten aus dem Anstieg der linearisierten Darstellung $h_0 - h_u = \frac{g}{2} t^2$, der eine grafische Mittelung über mindestens fünf Messungen mit unterschiedlichen Genauigkeiten darstellt, ermittelt werden. Die Unsicherheiten der einzelnen Verfahren sind zu vergleichen.⁴

⁴ Achten Sie darauf, alle Variablen kursiv, bezeichnende Indizes gerade und Maßeinheiten ebenfalls gerade zu setzen (weitere Hinweise siehe: Mikrotypografie)

Versuchsdurchführung

Ein Schema des verwendeten Messaufbaus ist in der Abbildung 1 gezeigt. Die Längenmessung erfolgte mit einem Holzmaßstab, die Zeitmessung mit einer elektrischen Stoppuhr. Die Kugel wurde durch einen Magneten in der Höhe h_0 gehalten. Der Spulenkern des Magneten bestand aus zwei Teilen, die durch die Kugel elektrisch verbunden wurden. Erst wenn die Kugel sich vom Kern löste, startete die elektrische Uhr. Damit wurden Fehler, bedingt durch die Remanenz des Eisenkerns, ausgeschlossen. In der Höhe h_u war eine Klappe angebracht, die den Stoppimpuls für die Stoppuhr auslöste.⁵

⁵ Die Versuchsdurchführung sollte eine eigene Skizze des Versuchsaufbaus enthalten. Diese Skizze darf auch z. B. mit Bleistift gezeichnet werden. Die Übernahme (Copy/Paste) aus der Versuchsanleitung ist nicht erwünscht und nur in Ausnahmefällen bei äußerst komplizierten Apparaturen unter Angabe der Quelle und mit Genehmigung der Urheber gestattet. Verzichten Sie unbedingt auf Fotos der Apparatur in Ihrem Bericht.

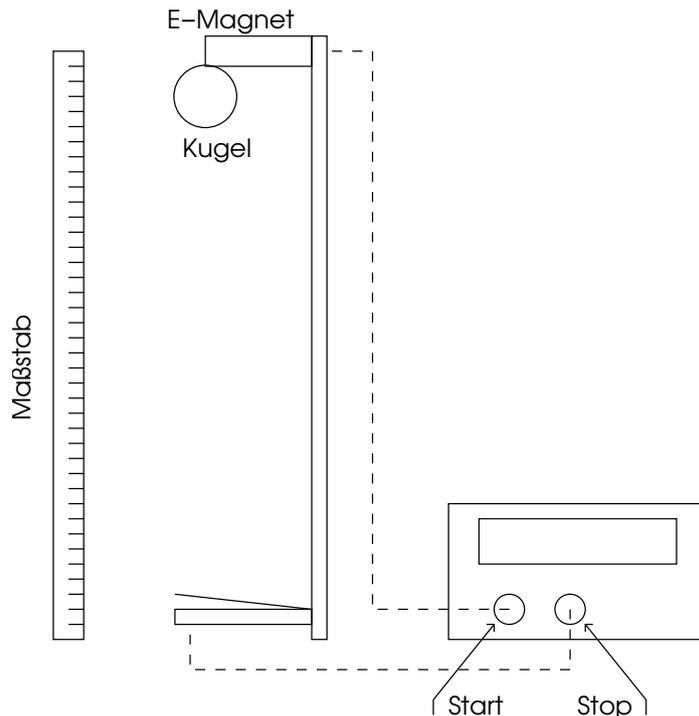


Abbildung 1: Schematischer Versuchsaufbau der Fallmaschine mit elektrischer Stoppuhr, Elektromagnet mit Schalter, Schaltklappe, Lineal und Kugel

Jede Abbildung ist zu nummerieren und mit einer aussagekräftigen und selbsterklärenden Bildunterschrift zu versehen.

Ergebnisse und Diskussion

Messung der Fallzeiten⁶

Für die größte und kleinste Fallhöhe wurden wiederholende Messungen (jeweils 10-fach) durchgeführt, um die wahrscheinlichsten Fallzeiten mit ihren statistischen Fehlern zu ermitteln. Die tabellierten Messwerte und die Summe der quadratischen Abweichungen sowie die Berechnung der Standardabweichungen und der Vertrauensbereiche finden sich im Messprotokoll. Es ergaben sich folgende Fallzeiten:

$$\text{Fallhöhe 25 cm: Fallzeit: } \bar{t} \pm \bar{s}_t = (0,226 \pm 0,001) \text{ s}$$

$$\text{Fallhöhe 80 cm: Fallzeit: } \bar{t} \pm \bar{s}_t = (0,404 \pm 0,001) \text{ s.}$$

Die Messung ist sehr genau, da die Vertrauensbereiche sehr klein sind. Beide Vertrauensbereiche haben die gleiche Größe. Damit wird der relative Fehler bei längeren Fallstrecken bzw. Fallzeiten entsprechend kleiner.

Die Fallzeiten für drei weitere Fallhöhen (35 cm, 50 cm, 65 cm) wurden in Einzelmessungen ermittelt. Es war keine Größtfehlerabschätzung notwendig, da für das verwendete Verfahren der mittlere Fehler der Einzelmessung (Standardabweichung) statistisch ermittelt wurde. Als Fehler Δt für die Einzelmessungen kann die oben ermittelte Standardabweichung angegeben werden: $\Delta t = s_t = \pm 0,003 \text{ s}$.

Die Zeitmessung waren damit sehr genau. Die Fallzeiten für diese Fallhöhen finden sich im Messprotokoll in einer Tabelle, in der auch die Werte für t^2 und die dazu gehörenden Fehler $\pm \Delta(t^2) = 2t \Delta t$, berechnet wurden.

⁶ Ab „Versuchsdurchführung“ und insbesondere bei „Ergebnisse und Diskussion“ sollte als dominierende einheitliche Zeitform die Vergangenheit gewählt werden. Vermeiden Sie im Bericht die „ich“- oder „wir“-Form und bevorzugen Sie die dritte Person und das Passiv. Schreiben Sie einen strukturierten Ergebnisbericht und bitte keinen chronologischen Bericht über ihre Tätigkeiten.

Fallstreckenmessung

Da die Fallhöhe zwischen der Unterkante der hängenden Kugel und der Schaltklappe gemessen bzw. eingestellt werden musste, ist mit dem Holzmaßstab nur eine Ablesegenauigkeit von ± 5 mm realisierbar. Da sich die Fallhöhe stets aus der Differenz zweier Längenmessungen ergab, folgte als Größtfehler für die Bestimmung der Fallhöhen $\Delta h = \pm 10$ mm. Daraus ergaben sich z. B. für die kleinste und größte Fallhöhe folgende Messwerte:

$$h_1 = (250 \pm 10) \text{ mm}$$

$$h_2 = (800 \pm 10) \text{ mm}$$

Bestimmung der Fallbeschleunigung g aus den statistischen Messungen für die kleinste und die größte Fallhöhe

Aus der Messvorschrift (Formel (1)) konnte nun g als indirekte Messgröße berechnet werden. Der Fehler von g wurde mittels Fehlerfortpflanzung berechnet. Da dort sowohl der Größtfehler Δh als auch der statistisch ermittelte Fehler (Vertrauensbereich) \bar{s}_t eingehen, wurde eine lineare Addition verwendet (Fehlerfortpflanzungsgesetz für Größtfehler):

$$\Delta g = \pm \left\{ \left| \frac{\partial g}{\partial h} \Delta h \right| + \left| \frac{\partial g}{\partial t} \bar{s}_t \right| \right\}, \text{ wobei } \frac{\partial g}{\partial h} = \frac{2}{t^2} \text{ und } \frac{\partial g}{\partial t} = -\frac{4h}{t^3} \text{ ist.}$$

Damit wird

$$\Delta g = \pm \left\{ \left| \frac{2}{t^2} \Delta h \right| + \left| -\frac{4h}{t^3} \bar{s}_t \right| \right\}.$$

Einsetzen liefert für die Fallstrecke von 25 cm Länge:

$$\begin{aligned} \Delta g &= \pm \left\{ \left| \frac{2}{0,051 \text{ s}^2} 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \right| + \left| \frac{4 \cdot 0,25 \text{ m}}{1154 \cdot 10^{-5} \text{ s}^3} 1 \cdot 10^{-3} \text{ s} \right| \right\} \\ &= \pm \left(0,39 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \pm 0,48 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Einsetzen liefert für die Fallstrecke von 80 cm Länge:⁷

$$\begin{aligned} \Delta g &= \pm \left\{ \left| \frac{2}{0,1632 \text{ s}^2} 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} \right| + \left| \frac{4 \cdot 0,8 \text{ m}}{6598 \cdot 10^{-5} \text{ s}^3} 1 \cdot 10^{-3} \text{ s} \right| \right\} \\ &= \pm \left(0,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = \pm 0,17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Ermittelte Fallbeschleunigungen:

- Messung bei 25 cm Fallstrecke ergab: $g = (9,79 \pm 0,48) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Messung bei 80 cm Fallstrecke ergab: $g = (9,80 \pm 0,17) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

⁷ Die Berechnung der Fehler muss für den Leser nachvollziehbar sein. Die Formel sollte im Bericht angegeben werden. Ebenso muss nachvollziehbar sein, welche Werte eingesetzt wurden. Es reicht aus, die Berechnung (Einsetzen der Werte) für einen Fall beispielhaft zu demonstrieren.

Die ermittelten Fallbeschleunigungen stimmen im Rahmen ihrer Fehlergrenzen mit dem bekannten Literaturwert [1] überein. Bei der größeren Fallhöhe ergab sich wie erwartet ein geringerer Fehler, da die recht große Unsicherheit bei der Bestimmung der Fallhöhe mit wachsender Höhe eine geringere Rolle spielt.⁸

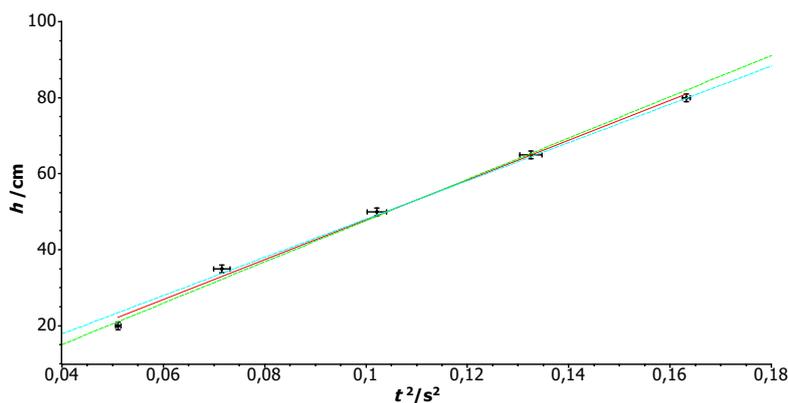
Bestimmung der Fallbeschleunigung g unter Einbeziehung aller Fallhöhen und grafischer Mittelung⁹

Die linearisierte Darstellung t^2 über der Fallhöhe $h_0 - h_u$ ist in Abb. 2 gezeigt. Die Fehlerbalken für die Quadrate der Fallzeiten sind bei der kleinsten und größten Fallhöhe deutlich kleiner, da sie aus den Vertrauensbereichen \bar{s}_t gemäß der Fehlerfortpflanzung zu $\pm 2t \bar{s}_t$ berechnet wurden. Für die Berechnung der Fehlerbalken für die Quadrate der Fallzeiten der anderen Fallhöhen (Einzelmessungen) musste die Standardabweichung s_t (mittlerer Fehler der Einzelmessung) verwendet werden. In Abb. 2 wurde neben den Messpunkten mit Fehlerkreuzen¹⁰ eine Ausgleichsgerade eingezeichnet, die über eine lineare Anpassung mittels DIADEM ermittelt wurde.¹¹ Der rechnerische Geradenausgleich lieferte einen Anstieg von¹²

$$m = (4,90 \pm 0,07) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} .$$

Aus dem doppelten Anstieg ergab sich eine Fallbeschleunigung von

$$g = (9,80 \pm 0,14) \frac{\text{m}}{\text{s}^2} .$$



⁸ Wichtig ist die Wertung der Ergebnisse!

⁹ Mit Hilfe eines Geradenausgleichs kann über alle Fallhöhen gemittelt werden, um ein genaueres Ergebnis zu erhalten.

¹⁰ Die Messpunkte mit Fehlerkreuzen sind deutlich einzuzuzeichnen und nicht einzeln zu verbinden! Ein unterdrückter Nullpunkt gestattet es, das Blatt für die Darstellung besser auszunutzen.

¹¹ Auch andere Programme, wie z. B. IGOR, ORIGIN, oder auch ein nur rein optischer Geradenausgleich mit dem Lineal sind möglich. Bei Letzterem ist zu beachten, dass die Ausgleichsgerade durch den Schwerpunkt gehen muss und dass zwei zusätzliche Geraden mit einem maximal und einem minimal möglichem Anstieg eingezeichnet werden, um den Größtfehler des Anstiegs abschätzen zu können.

¹² Beachten Sie, dass der Anstieg eine Maßeinheit hat.

Abbildung 2: Darstellung der Fallhöhe über dem Quadrat der Fallzeit. Die Gerade wurde mit einer linearen Anpassung berechnet. Der doppelte Anstieg entspricht der Fallbeschleunigung.

Das Ergebnis stimmt mit dem Literaturwert [1] überein. Ein Vergleich mit den oben erhaltenen Werten zeigt, dass der Fehler bei Einbeziehung aller Fallhöhen und grafischer Mittelung am geringsten ist.

Zusammenfassung

Die Fallbeschleunigung wurde aus Messungen der Fallzeiten einer Kugel aus verschiedenen Höhen bestimmt. Es wurden sowohl wiederholende Messungen als auch Einzelmessungen durchgeführt. Der Fehler der ermittelten g -Werte wurde maßgeblich durch den Fehler der Längenmessung bestimmt. Mit länger werdender Fallstrecke wurde das Ergebnis genauer, da der Größtfehler der Längenmessung (hier doppelte Ableseungenauigkeit) an Einfluss verliert. Alle gemessenen g -Werte stimmen im Rahmen ihrer Fehlergrenzen mit dem Literaturwert von $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ [1] überein. Ergebnisse mit geringeren Unsicherheiten wurden bei wiederholter Messung bei längeren Fallstrecken (hier z. B. bei 80 cm) sowie bei Verwendung aller fünf Werte und der Durchführung einer grafischen Mittelung erhalten.

Trotzdem fiel auf, dass bei allen Messungen der Literaturwert stets am oberen Ende der Fehlerbereiche lag. Das lässt einen *systematischen Fehler* vermuten. Ursache könnte eine generell zu groß bestimmte Zeit sein, die dadurch verursacht wurde, dass die Kugel nicht beim Berühren der Klappe den Stoppimpuls für die Uhr auslöste, sondern erst wenn die Klappe um einige Grad aus ihrer Ruhelage nach unten gedreht war.

Literatur

[1] Taschenbuch der Physik, Hrsg. Horst Stöcker, Verlag Harry Deutsch, 2. Aufl, Frankfurt/Main 1994, Seite 87

¹³ Das Messprotokoll ist während des Versuchs handschriftlich und dokumentenecht (z. B. mit Kugelschreiber) anzufertigen. Die Messdaten sind vorzugsweise in Tabellenform zu protokollieren. Das Messprotokoll kann bereits Tabellenspalten, die zur Auswertung verwendet werden sollen, aber auch Grafiken enthalten. Das Messprotokoll muss vom Tutor abgezeichnet werden oder im Falle eines mit dem Computer aufgezeichneten Messprotokolls noch aus dem Praktikum an die E-Mail-Adresse des Tutors gesendet und somit dort hinterlegt werden.

Anlage: Originalmessprotokoll¹³

Messprotokoll

Versuch M0: Bestimmung der Fallbeschleunigung aus Weg-Zeit-Messungen einer fallenden Kugel

Name 1, Name 2,

Datum

Fallhöhenmessung

Folgende Fallhöhen wurden eingestellt: 25 cm, 35 cm, 50 cm, 65 cm, 80 cm. Dazu musste der Abstand von der Unterseite der Kugel bis zur Schaltklappe über eine Differenzmessung bestimmt werden. Aus der Ablesegenauigkeit von ± 5 mm ergab sich der absolute Fehler (Größtfehler) bei der Bestimmung der Fallhöhe zu $\Delta h = \pm 10$ mm.

Zeitmessungen bei unterschiedlichen Fallhöhen¹⁴

Fallhöhe 25 cm (Mehrfachmessung)¹⁵

i	t/s	$(\bar{t} - t) \cdot 10^{-3}/s$	$(\bar{t} - t)^2 \cdot 10^{-6}/s^2$
1	0,221	+5	25
2	0,226	0	0
3	0,227	-1	1
4	0,224	+2	4
5	0,228	-2	4
6	0,229	-3	9
7	0,232	-6	36
8	0,228	-2	4
9	0,221	+5	25
10	0,224	+2	4
	Mittelwert	$\sum v_i = 0$	$\sum (v_i)^2 = 112 \cdot 10^{-6} s^2$
	$\bar{t} = 0,2260$ s		

¹⁴ Vergessen Sie in den Tabellen keine Maßeinheiten. Beachten Sie, dass Variable und Zählindizes kursiv, Maßeinheiten aber stets gerade zu setzen sind.

¹⁵ Die Verwendung der wissenschaftlichen Notation, also die Verwendung von Zehnerpotenzen, macht ihre Berechnungen übersichtlicher.

Standardabweichung: $s_t = \pm 3,3 \cdot 10^{-3}$ s Vertrauensbereich: $\bar{s}_t = \pm 1 \cdot 10^{-3}$ sErgebnis: $t(25 \text{ cm}) = (0,226 \pm 0,001) \text{ s}$ ¹⁶

¹⁶ Der Mittelwert darf eine Stelle genauer als die Messwerte angegeben werden. Da wir keine Unsicherheit von Unsicherheiten (also vom Vertrauensbereich) betrachten, ist beim Vertrauensbereich eine sinnvolle Rundung notwendig. Eine noch mögliche Angabe wäre $t = (0,2260 \pm 0,0011) \text{ s}$ (Relativer Fehler $\pm 0,49\%$). Da bei der Größe des ermittelten Vertrauensbereichs die vierte Stelle nach dem Komma jedoch nicht mehr signifikant ist, entscheiden wir uns für die Angabe $t = (0,226 \pm 0,001) \text{ s}$. Durch diese Rundung beträgt der relative Fehler zwar nur noch $\pm 0,44\%$. Die Abrundung einer Fehlerangabe ist nicht sinnvoll. Man wird hier auf $\pm 0,5\%$ aufrunden.

Fallhöhe 80 cm (Mehrfachmessung)

i	t/s	$(\bar{t} - t) \cdot 10^{-3}/s$	$(\bar{t} - t)^2 \cdot 10^{-6}/s^2$
1	0,404	+0,1	0,01
2	0,406	-1,9	3,61
3	0,407	-2,9	8,41
4	0,401	+3,1	9,61
5	0,400	+4,1	16,81
6	0,405	-0,9	0,81
7	0,405	-0,9	0,81
8	0,408	-3,9	15,21
9	0,400	+4,1	16,81
10	0,405	-0,9	0,81
	Mittelwert	$\sum v_i = 0$	$\sum (v_i)^2 =$
	$\bar{t} = 0,4041 \text{ s}$		$72,9 \cdot 10^{-6} \text{ s}^2$

Standardabweichung: $s_t = \pm 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ Vertrauensbereich: $\bar{s}_t = \pm 1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Ergebnis: $t(80 \text{ cm}) = (0,404 \pm 0,001) \text{ s}$

Fallhöhen 35 cm, 50 cm, 65 cm (Einzelmessungen mit Kontrollmessungen)

Die Zeiten für diese Fallhöhen wurden jeweils mit einer Messung (t_1) und einer Kontrollmessung (t_2) bestimmt. Als Größtfehler Δt kann hier der oben bereits für diese Methode ermittelte mittlere Fehler der Einzelmessung (Standardabweichung s_t) verwendet werden. Die für die grafische Darstellung erforderlichen Werte von t^2 und deren Fehler $\Delta(t^2) = 2t \Delta t$ wurden in den zusätzlichen Spalten der Tabelle berechnet:¹⁷

¹⁷ Die für Einzelmessungen üblicherweise durchzuführende Größtfehlerabschätzung kann hier entfallen, da für dieses Verfahren bereits ein Fehler der Einzelmessung, nämlich die Standardabweichung, ermittelt wurde. Dieser aufwändig statisch ermittelte Fehler der Einzelmessung ist natürlich genauer und kleiner als ein nur abgeschätzter Größtfehler (worst case).

¹⁸ Der aus Einzel- und Kontrollmessung gebildete Mittelwert hat keine statistische Bedeutung.

h/cm	t_1/s	t_2/s	\bar{t}/s	$\pm \Delta t/s$	\bar{t}^2/s^2	$\pm \Delta(\bar{t}^2)/s^2 = \pm 2\bar{t} \Delta t/s^2$
35	0,265	0,270	0,268	0,003	$71,55 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$
50	0,322	0,317	0,320	0,003	$102,1 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$
65	0,366	0,362	0,364	0,003	$132,5 \cdot 10^{-3}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$

Unterschrift des Tutors