

# Wellenlängenmessung mit einem Gitter (O4)

## *Ziel des Versuches*

Das Farbspektrum, das eine Substanz abstrahlen kann, ist für sie charakteristisch. Daher kann sie auf Basis ihres Spektrums identifiziert werden, was zur Bestimmung der Zusammensetzung von Proben genutzt wird. Es gibt eine Vielzahl von spektroskopischen Methoden, die zu den wichtigsten Analysemethoden in vielen Bereichen der Naturwissenschaften gehören. Die Methode der spektralen Zerlegung von Licht mit Hilfe eines optischen Gitters basiert auf der Interferenz von Licht, also die Änderung der Amplitude bei der Überlagerung zweier Wellen, wobei Gangunterschied und Wellenlänge bestimmen, ob es sich um eine konstruktive oder destruktive Interferenz für die einzelnen Wellenlängen handelt. Dadurch entstehen in der Natur farbliche Eindrücke, wie das bunte Schillern von Federn. Aber auch Schwingungen auf großen Skalen, wie den Gezeitenwellen unterliegen der Interferenz, so entstehen in Gewässern amphidromische Punkte, an denen kein Tidenhub vorliegt, da die geographischen Gegebenheiten hier zu einer destruktiven Interferenz führen.

## *Theoretischer Hintergrund*

### *Beugung am Gitter*

Ein Transmissionsgitter besteht aus einer Anordnung von  $N$  schmalen Spalten der Breite  $b$ , die jeweils den Abstand  $d$  (Gitterkonstante) voneinander haben. Ein typischer Wert für ein im Praktikum verwendetes Gitter ist  $d = 10\ \mu\text{m}$ . Wird das Gitter mit parallelem Licht der Wellenlänge  $\lambda$  senkrecht beleuchtet, so ergibt sich als Konsequenz aus Beugung (huygensches Prinzip) und Interferenz eine winkelabhängige Intensitätsverteilung  $I(\Theta)$  des gebeugten Lichtes hinter dem Gitter (siehe Abb. 1 und vergleiche Versuch O3 (Fraunhoferbeugung)):

$$I(\Theta) = I_0 f_{\text{ES}}(\Theta) f_{\text{P}}(\Theta) \quad (1)$$

$$f_{\text{ES}}(\Theta) = \frac{\sin^2 \varphi(\Theta)}{\varphi^2(\Theta)} \quad \text{mit} \quad \varphi(\Theta) = \frac{\pi b \sin \Theta}{\lambda} \quad (2)$$

$$f_{\text{P}}(\Theta) = \frac{\sin^2(N\phi(\Theta))}{\sin^2 \phi(\Theta)} \quad \text{mit} \quad \phi(\Theta) = \frac{\pi d \sin \Theta}{\lambda} \quad (3)$$

wobei  $f_{\text{ES}}(\Theta)$  bzw.  $f_{\text{P}}(\Theta)$  den Intensitätsverteilungen bei der Beugung an einem Einfachspalt der Breite  $b$  bzw. an  $N$  Spalten der Breite  $b \rightarrow 0$  im

Abstand  $d$  entsprechen.  $I_0$  ist eine Konstante. In Abb. 2 ist exemplarisch eine Intensitätsverteilung  $I(\Theta)$  dargestellt.

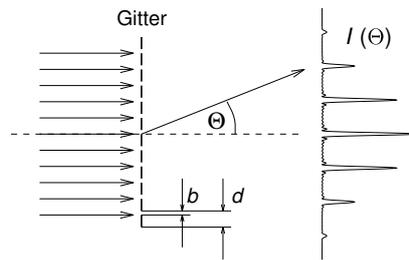


Abbildung 1: Beugung an einem Gitter.

Die Beugungswinkel  $\Theta_n$  für die Hauptmaxima der Intensität (konstruktive Interferenz) ergeben sich zu:<sup>1</sup>

$$\sin \Theta_n = \frac{n\lambda}{d} \quad \text{mit} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (4)$$

$n$  wird die Beugungsordnung genannt. Für  $n = 1$  spricht man z. B. vom Beugungsmaximum erster Ordnung.

Beleuchtet man das Gitter mit parallelem nicht-monochromatischem Licht, so ist die Intensitätsverteilung hinter dem Gitter eine ungestörte Überlagerung aus den Beugungsverteilungen aller einzelnen Wellenlängen. Da der Beugungswinkel  $\Theta_n$  der Intensitätsmaxima nach Gl. (4) wellenlängenabhängig ist, findet eine spektrale Zerlegung des Lichtes statt. Die zu einer einzelnen Beugungsordnung gehörende Intensitätsverteilung wird *Spektrum* genannt.<sup>2</sup> Mit Hilfe von Gl. (4) können die Wellenlängen eines Spektrums bestimmt werden, wenn bei bekannter Beugungsordnung  $n$  und Gitterkonstante  $d$  der Beugungswinkel  $\Theta_n$  gemessen wird.

Man unterscheidet i. A. zwischen kontinuierlichen (z. B. Glühlampe, Sonnenlicht) und diskontinuierlichen Spektren (z. B. Quecksilberlampe). In diesem Versuch werden nur die diskontinuierlichen Linienspektren von ausgewählten Atomsorten untersucht.

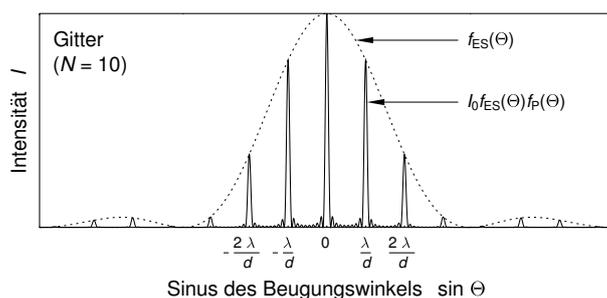


Abbildung 2: Intensitätsverteilung bei der Beugung am Gitter. Es wurde willkürlich  $d = 3,7 \times b$  angenommen.

### Atomare Emissionsspektren

Die in diesem Versuch verwendeten Spektrallampen bestehen aus einer Röhre, in der sich ein atomares Gas befindet. An die Röhre wird eine elektrische Spannung angelegt, so dass es zu einer Gasentladung kommt. D. h. freie Elektronen werden im elektrischen Feld beschleunigt und geben ihre aufgenommene kinetische Energie bei inelastischen Stößen mit Gasatomen teilweise an diese ab. Das (gebundene) Elektronensystem der gestoßenen

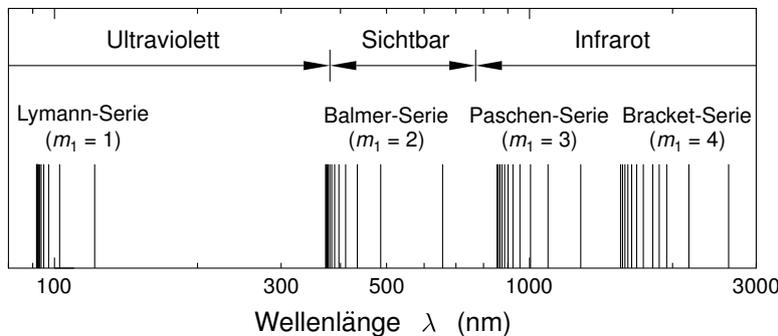
<sup>1</sup> Sie sollten in der Lage sein, diese Formel aus geometrischen Überlegungen in der Vorbesprechung herzuleiten.

<sup>2</sup> Welchen Beugungsordnungen würde man nutzen, um ein Spektrometer zu beschreiben?

Gasatome befindet sich dann in angeregten elektronischen Zuständen. Auf Grund des quantenmechanischen Charakters der an einen Atomkern gebundenen Elektronen sind bei einer Atomsorte nur bestimmte energetische Zustände für die Elektronen erlaubt. Die Lebensdauer eines Elektrons im angeregten Zustand ist sehr kurz (ca.  $10^{-9}$  s). Verlässt das Elektron den angeregten Zustand (Anfangszustand) und geht in den Grundzustand (Endzustand) über, so gibt es die entsprechende Energie als Photon  $hf = E_A - E_E$  ab. Man spricht hierbei auch von spontaner Emission. Dadurch kann man anhand des Linienspektrums einer Gasentladung die Atomsorte identifizieren.

Für das Wasserstoffatom sind die Energien des gebundenen Elektrons durch die Rydberg-Formel gegeben:<sup>3</sup>

$$E_m = -R_\infty \frac{hc}{m^2} \quad \text{wobei} \quad R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} = 1,0974 \times 10^7 \text{ m}^{-1} \quad . \quad (5)$$



Das Spektrum des Wasserstoffatoms ergibt sich durch alle möglichen Übergänge zwischen Anfangszuständen  $m_2$  und niederenergetischeren Endzuständen  $m_1$  ( $m_2 > m_1$ ). Übergänge, die zum gleichen Endzustand  $m_1$  gehören, erscheinen als Serie von Linien im Spektrum (siehe Abb. 3). Die Linien im sichtbaren Spektralbereich gehören zum Endzustand  $m_1 = 2$  und werden als Balmer-Serie bezeichnet. Für sie gilt:

$$\lambda_m = \frac{hc}{E_m - E_2} = \frac{1}{R_\infty} \frac{4m^2}{m^2 - 4} \quad \text{wobei} \quad m = 3, 4, 5, \dots \quad . \quad (6)$$

## Versuchsaufbau und -durchführung

### Aufbau des Spektrometers

In diesem Versuch wird das gleiche Spektrometer verwendet wie in Versuch O2 (Prismenspektrometer). Der Aufbau ist in Abb. 4 noch einmal dargestellt. Als Lichtquelle werden eine Quecksilber-<sup>4</sup> und eine Wasserstofflampe verwendet. Die Spektrallampe beleuchtet den Eingangsspalt über eine Linse, die für eine möglichst gleichmäßige und intensive Ausleuchtung sorgen soll. Der Spalt wird so zur Kollimatorlinse verschoben, dass am Kollimatorausgang paralleles Licht vorliegt. Es ist zu beachten, dass die Spaltbreite sowohl die Lichtintensität als auch das Auflösungsvermögen des Spektrometers beeinflusst. Das parallele Lichtbündel fällt dann auf das Gitter auf dem Goniometertisch. Das gebeugte Licht wird durch ein Fernrohr betrachtet.

<sup>3</sup> Hier ist  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum,  $\epsilon_0$  die elektrische Feldkonstante,  $m_e$  die Ruhemasse des Elektrons,  $e$  die Elementarladung,  $R_\infty$  die Rydberg-Konstante und  $m$  die Hauptquantenzahl ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ). Zur Unterscheidung von der Beugungsordnung  $n$  wurde die Hauptquantenzahl hier abweichend von der sonst üblichen Schreibweise in der Literatur mit  $m$  bezeichnet.

Abbildung 3: Linienspektrum des Wasserstoffs nach Gl. (5), d.h.  $\lambda = hc/(E_{m_2} - E_{m_1})$ .

<sup>4</sup> oder He-Lampe

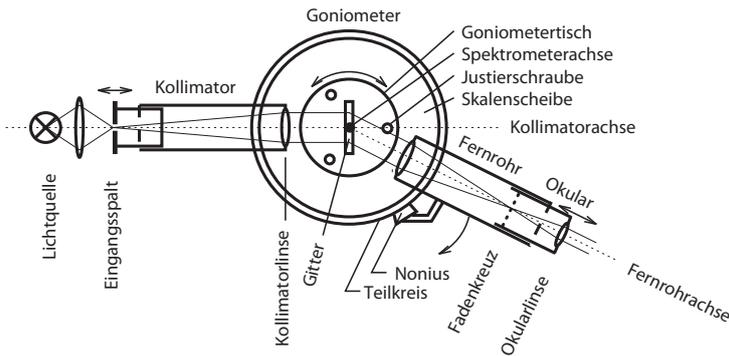


Abbildung 4: Aufbau des Spektrometers.

Der Goniometertisch kann über drei Justierschrauben in seiner Lage verändert werden. Der Goniometertisch und das Fernrohr sind voneinander unabhängig um die Spektrometerachse drehbar. Die Kollimatorachse und die Fernrohrachse können nicht justiert werden. Sie sollten nach den Angaben des Herstellers senkrecht auf der Spektrometerachse stehen. Beim Fernrohr kann die Drehung über einen Feintrieb sehr genau durchgeführt werden. Die Messung der relativen Drehwinkel zwischen Fernrohr und Goniometertisch erfolgt über eine fest am Goniometertisch angebrachte Skalenscheibe und einen Nonius am Fernrohr. Der Nullpunkt der Winkelskala ist willkürlich. Deshalb werden grundsätzlich immer nur Winkeldifferenzen  $\Delta\Theta$  gemessen.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Machen Sie sich sorgfältig mit der Funktionsweise des Spektrometers und den notwendigen Einstellschrauben vertraut.

### Justage der optischen Anordnung

**Justage des Spektrometers:** Das Fernrohr muss zunächst auf Unendlich eingestellt werden. Dazu richtet man das Fernrohr auf einen weit entfernten Gegenstand und stellt diesen durch Verschieben des Okulars scharf. Dieses Verfahren beruht auf der Tatsache, dass das von weit entfernten Objekten in das Fernrohr einfallende Licht nahezu parallel ist. Da sich genau im Brennpunkt der Okularlinse des Fernrohrs ein Fadenzentrum befindet, sollte dieses mit dem unendlich entfernten Objekt zusammen scharf und parallaxefrei abgebildet werden. Das Okular darf nach dieser Justage nicht mehr verschoben werden.

Nun wird das Fernrohr parallel zur Kollimatorachse ausgerichtet und das zunächst unscharfe Bild des Eingangsspaltes gesucht. Durch Verschieben des Spaltes wird dessen Bild scharfgestellt. Er befindet sich danach genau im Brennpunkt der Kollimatorlinse.

**Justage des Goniometertisches:** Das Ziel der Justage des Goniometertisches besteht darin, die Spalte des Gitters parallel zur Spektrometerachse und damit auch senkrecht zur Kollimator- und Fernrohrachse auszurichten.

Dazu stellt man das Gitter nach Augenmaß senkrecht zur Verbindungslinie zweier Justierschrauben (1 und 2) und senkrecht zur Kollimatorachse (siehe Abb. 5). Dadurch ist die Justage durch die Schraube 3 von 1 und 2 unabhängig. Man beobachtet abwechselnd in der Fernrohrposition I ein Beugungsmaximum 1. Ordnung und in der Fernrohrposition II ein Beugungsmaximum  $-1$ . Ordnung. Mit Hilfe der Schraube 3 wird das Spaltbild zuerst parallel zum Fadenzentrum ausgerichtet. Anschließend wird mit den Schrauben 1 und 2 in beiden Fernrohrpositionen die Mitte des Spaltbildes auf die Höhe der Fadenzentrummitte gebracht. Zuletzt ist mit der Schraube 3 die Parallelität

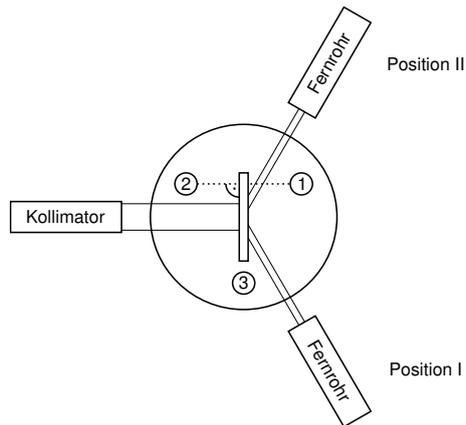


Abbildung 5: Justage des Goniometertisches.

zwischen Spaltbild und Fadenkreuz erneut herzustellen.

### Bestimmung des Beugungswinkels

Damit der Goniometertisch sich nicht ungewollt verdreht, wird er mit einer Feststellschraube arretiert. Symmetrisch zur Kollimatorachse werden die Winkeleinstellungen der zwei Beugungsmaxima 1. und  $-1$ . Ordnung (vergleiche Position I und II in Abb. 5) gemessen und aus der Winkeldifferenz  $\Delta\Theta_1$  der Beugungswinkel  $\Theta_1$  errechnet:

$$\Theta_1 = \frac{|\Delta\Theta_1|}{2} . \quad (7)$$

Entsprechendes gilt für höhere Beugungsordnungen.

### Aufgabenstellung

1. Führen Sie das angegebene Justageverfahren durch.
2. Bestimmen Sie die Gitterkonstante  $d$  nach Gl. (4). Wir verwenden die Energiesparlampe als Quecksilberspektrallampe, da diese sowohl das Hg-Spektrum (Gasentladung) als auch das Spektrum einiger seltener Erden (Leuchtstoff auf der Innenwand) im roten Spektralbereich aussendet. Wählen Sie die starke Hg-Linie (blau) aus und messen Sie die Beugungswinkel bis zur  $\pm 3$ . Ordnung. Tragen Sie die Beugungsordnung über dem Sinus des Beugungswinkels auf und ermitteln Sie aus dem Geradenanstieg die Gitterkonstante  $d$ .
3. Bestimmen Sie die Wellenlängen von drei weiteren Hg-Linien und vergleichen Sie die ermittelte Wellenlänge mit den Tabellenwerten.
4. Bestimmen Sie die Wellenlängen der drei hellsten sichtbaren Wasserstofflinien  $H_\alpha$  (rot, stark),  $H_\beta$  (blaugrün, mittelstark) und  $H_\gamma$  (violett, mittelstark). Ordnen Sie diesen Linien die entsprechenden Balmer-Übergänge zu und überprüfen Sie die Gültigkeit von Gl. (6). Tragen Sie dazu die ermittelten Wellenlängen gegen  $m^2 / (m^2 - 4)$  auf und bestimmen Sie aus der Steigung der erhaltenen Geraden die Rydberg-Konstante.

Wellenlänge		
$\lambda$ in nm	Farbe	Helligkeit
709,20	rot	schwach
708,19	rot	schwach
690,72	rot	schwach
579,07	gelb	sehr stark
578,97	gelb	sehr stark
576,96	gelb	sehr stark
546,07	grün	stark
491,60	blaugrün	mittel
435,84	blau	stark
434,75	blau	mittel
433,92	blau	mittel
407,78	violett	mittel
404,66	violett	mittel

Tabelle 1: Spektrallinien des Quecksilbers im sichtbaren Spektralbereich